算数科の関数の教材と授業計画についての一考察

井 上 俊 夫

はじめに

子ども一人ひとりが学習の主体者として尊重され，しかも，学習内容が「よくわかる授業」を進めることが，学校教育に課せられた最も重要な責務であると考えられる。

授業とは，「何をどのように教えようとするのか」という，教師の教育的な営みと考えるならば，学習指導を行なう教師には，「何を，どのように教えるか」の２つが十分に体得されていることが必要であり，「何を」の指導内容と，「どのように指導するか」の指導方法とは，授業の両輪ともいえるものであり，授業を進める場合の必要条件といえる。

「よくわかる授業」といわれるものは，子どもの発達段階のいかんを問わず，教師の「指導内容」についての高度な識見と「正しい教育理念に立脚した豊かな指導技術」とが相まってこそ実現されるものと考えられる。

この研究においては，「数量関係」領域に注目し，特に，「関数内容」を取りあげ，「教材の構造と授業設計」の名のもとに，指導内容，指導方法の改善に資すると考えられる基礎的・基本的事象の抽出と把握に努め，もって教育実践に寄与したいと考えるのである。

1. 学習指導要領改訂に伴う「数量関係」領域の扱い

昭和52年改訂の学習指導要領においては，「数量関係」領域が最も大きく改善されたものということができる。この改善された内容と昭和43年改訂の学習指導要領の内容とを比べてみると，概要は，次のようである。

昭和43年改訂の学習指導要領においては，「数量関係」領域は，２年生から設けられ，内容の区分は，式表示，統計，さらに３年生以上では，この２つに，関数が加えられていた。

ところが，今回改訂の学習指導要領では，「数量関係」領域は，３年生から設けられ，内容の区分はなく，この観点から考えれば，最も大きく精選をみたとみることができるのである。

しかし，「数量関係」の内容をよく検討してみると，今回の改訂は，内容からみたとき，形式的な区分がなくなったとみるべきであり，実質的には改訂以前の内容となんら変わりがない

とみることができる。しかし，取り扱いに関して重要視しなければならない内容として，学習指導要領の末尾（第３，１，(1)）に示すように，「数量関係」領域は，他領域の内容を考慮したり，表現したりする場合に，有効に用いられる内容が多く，この領域だけを孤立して扱うことは得策ではなく，不可能な場合もあり，積極的にこの内容を取り扱う場合にも，他領域の習の教材を取り入れたり，将来取り扱われると予想される他領域の内容を念頭におきながら取り扱うことが重要であると考えられる。

このような観点から，学習指導要領に示された内容を総合してみると，次のようである。「数量関係」の内容は，数量や図形などの内容そのものを考察の対象とするものではなく，それらを一段と高い視野からとらえるという見方・考え方を用いることが多く，数量や図形の学習指導を行なう場合には「数量関係」領域の内容から考察の素材を取り入れ，数量や図形に関する内容の理解を一層深めることが有効であると考えられる。また，関数指導に注目してみると，関数概念は，それ自体が１分野の内容としての意味をもつばかりではなく，ここで養われた見方・考え方が，他領域のあらゆる分野の考察や処理に広く用いられるものと考えられる。

ところが，この領域の子どもの学力をみると，次のような傾向を示している。

(1)　小学校算数，領城別の学力[1)]

小学校算数の領域別考察の中においては，数量の関係を式に表わすことが弱いことが指摘されている。したがって，式を数量の簡潔な表現とみる力，式を表示する力を低学年から培っていくことが必要であり，また，基礎的・基本的な事項をしっかり定着させ，学習場面・生活場面で随時活用できるように学習させることが大切であると考えられる。

さらに，数量関係の正答率が50％以下のもの[2)]は，次のようである。

４年生，数量の関係を式で簡潔に表わすこと。

５年生，２つの数量の変わり方の規則をとらえること。

６年生，２つの数量関係を，対応している値の比に着目して，比の値として表わすこと。
　　　　文字を使って２つの数量関係を式に表わすこと。

小学校での素地的な指導から，将来中学校での数の拡張や，文字の取り扱いの進展に伴って理解を深めることになるが，数量関係は，とかく子どもに敬遠されがちであり，抵抗の大きい領域であるということができる。

(2)　小学校算数科における「文章題を解く力」の考察

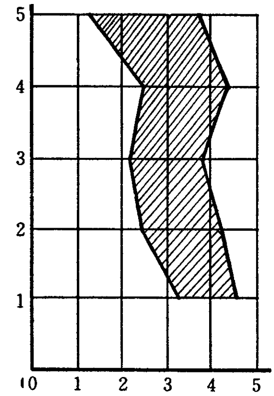
次の表・１は，拙編著「算数のつまずき発見法」[3)]一階層評価グラフシステムによる診断と治療一編集に必要とする「診断テストのグラフ」作成のために行った「予備調査の結果」である。

〔注〕(　)内の記号は，学習指導要領の該当箇所を示す。以下同じ。

表・1　予備調査の結果（対象児約 1, 200 名）

級	問題の内容	平均点						
		A校	B校	C校	D校	E校	F校	計
12	加法・減法になる問題	84.6	77.8	88.3	86.9	73.6	77.2	82.6
11	乗法・除法になる問題	75.4	57.8	75.1	72.3	64.6	49.8	66.0
10	面積・円周に関する問題	65.0	48.9	55.1	71.0	59.2	43.8	59.8
9	体積・容積に関する問題	68.0	40.0	55.1	60.2	52.8	44.1	54.3
8	第号・不等号で式を表わす	77.1	67.2	70.7	55.5	61.3	62.8	64.9
7	( )等を使って1つの式にする	89.3	82.2	87.3	82.6	84.1	80.0	84.1
6	文字を使って式を表わす	81.4	63.9	81.9	75.1	72.2	66.4	73.3
5	整数の性質を使う問題	70.1	54.4	67.3	59.2	62.8	57.7	61.2
4	規則性に着目する問題	65.1	44.4	64.4	57.4	50.3	38.9	49.1
3	割合を使う問題	63.1	49.4	63.9	63.7	49.0	49.5	54.6
2	比を使う問題	63.1	49.4	63.9	63.7	49.0	49.5	54.6
1	比例関係の問題	69.4	29.4	61.4	62.8	63.4	52.8	60.3
	合計	72.6	52.8	70.0	66.8	62.4	55.5	63.5

図・1



（縦軸は問題，横軸は正答数）

この内，4級—規則性に着目する問題，1級—比例関係の問題に注目し，その傾向をみると，次のようである。

4級の問題（図・1）

この問題は，昔からある問題の中から，和差算，倍分算，植木算などを「いずれもあることがらに着目して考える問題」としてまとめたものである。

表・1の数値でもわかるように，平均 49.1 点である。

「つまずき」の特に多いのは，次の問題である。（図・1参照）

100枚のカードを，A・B・C・D・Eの5人に，順に配ります。69番目のカードは，だれにいきますか。

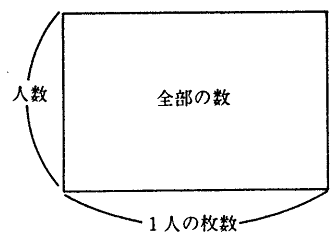
これは，わり算の余りの規則性に着目する問題である。すなわち，5でわり切れたときは，5人に同じ数ずつ配れ，1つあまれば，A，2あまれば，B，3あまれば，C，4あまれば，Dに，最後のカードが配られるという規則性を発見することが，この問題のねらいである。

したがって，次のような順序によって，問題が解決される。

① 配った最後のカードが，だれに配られるかという問題である。

② この問題は，図・2のような関係図で表わせる。

図・2



③ ことばの式は，次のようになる。

（全部の枚数）÷（人数）＝（一人の枚数）

④ 全部の枚数は，69枚，人数は，5人。

⑤ 求める式は，$\boxed{95 \div 5}$

⑥ 式を計算すると

$69 \div 5 = 13 \cdots 4$

一人に13枚ずつ配って，まだ，4枚残る。

⑦ 求めているのは，最後の69番目のカードは，だれに配られるかである。これを表にして考えてみる。

表・2

1人の枚数	あまり	A	B	C	D	E	最後の人
$65 \div 5 = 13 \cdots 0$	0	○	○	○	○	○	E
$66 \div 5 = 13 \cdots 1$	1	○					A
$67 \div 5 = 13 \cdots 2$	2	○	○				B
$68 \div 5 = 13 \cdots 3$	3	○	○	○			C
$69 \div 5 = 13 \cdots 4$	4	○	○	○	○		D

5枚を1つのまとまりとして，5人にちょうど配れる。したがって，5の倍数であれば，AからEまで配れる。

・割りきれた場合…5の倍数で，ちょうど配れる。

・1枚あまった場合…あまった1枚は，Ⓐに配る。

・2枚あまった場合…2枚は，A→Ⓑに配る。

・3枚あまった場合…3枚は，A→B→Ⓒに配る。

・4枚あまった場合…4枚は，A→B→C→Ⓓに配る。

このように規則性をみぬくことが大切である。

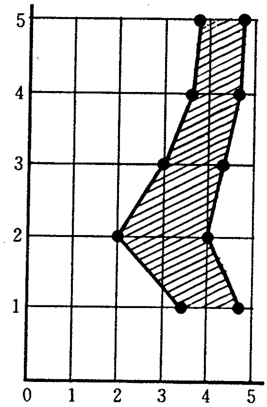
⑧　69番目のカードは，だれに配られるか。

⑨　答え　$\boxed{\text{D}}$

1級の問題（図・3）―比例・反比例に関する問題

この問題は，変化する量，とりわけ，商一定（$y = a \times x$），積一定（$y = a \div x$）の場合を中心にまとめたものであるが，数量関係における小学校の総まとめという観点から，差一定（$y = a + x$），和一定（$y = a - x$）の場合についても取りあげたものである。この問題の傾向は，図・3のようである。

図・3



（縦軸は問題，横軸は正答数）

全体としてはよくできているようであるが，この問題の「つまずき」やや多いようである。1の問題は正比例，2の問題は反比例の場合を式に表す問題であり，同型の問題といえる。

しかし，1の問題がよくて，2の問題が悪いのは，ことばの式にあてはめたとき，1の問題では，（時速）×（時間）＝（道のり），$45 \times x = y$，$y = 45 \times x$，2の問題は，（単位）×（冊数）＝（代金），$x \times y = 500$，$y = 500 \div x$ のように，1の問題ではそのまま答えとなるが，2の問題は，xを移項しなければならないむずかしさがある。「つまずき」のほとんどが，$y = x : 500$ であるというのは，このことを物語っている。（表・1…平均60.3点）

「つまずき」の多いのは，次の問題である。

> ノートを500円で買ったときの，単価（x円）と冊数（y冊）の問題で，yを求める式を書きなさい。

この問題は，次の手順で解決される。

①　この問題は，図・4の関係図で表わせる

②　ことばの式で表すと

（単位）×（冊数）＝（代金）

③　冊数を求める問題である。ことばの式に書きかえると

（冊数）＝（代金）÷（単価）

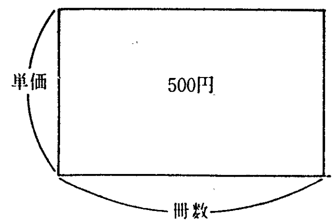
④　冊数はｙ円，代金は500円，単価はｘ円

⑤　これを④の，ことばの式にあてはめると

ｙ（冊）＝500（円）÷ｘ（円）

⑥　そこで，ｙを求める式は，ｙ＝ $\boxed{500 \div x}$

図・4



2.　小学校学習指導要領に示す「関数内容」とその系統

関数については，「相伴って変わる関係である」とか，「変数ｘの変化に対応して，他の量ｙが一定の規則にしたがって変わる関係である」など，いろいろなとらえ方がなされている。

しかし，いずれもそれぞれの段階における学習内容に即して，経験的に関数の概念を理解させることが大切であり，いたずらに一般化や抽象化を急ぎすぎないように配慮し，具体的な事象との関連を密にして，着実に関数の概念や，関数的な見方・考え方の育成を目標とすべきであると考えられる。

そこで，ここでは，学習指導要領に示す「関数内容」と「教材の系統的発展」について概観してみたい。

小学校学習指導要領に示す内容は，

１年生，１つの数を他の数の和や差としてみるなど，他の数と関係づけてみる。

２年生，乗法に関して成り立つ性質を知り，それを用いる。

３年生，数量の関係を式で表わしたり，それを読んだりする能力を漸次伸ばす。

４年生，件って変わる２つの数量について，その関係を調べたりする能力を漸次伸ばす。―表・折れ線グラフ―

数量の関係を式で簡潔に表わしたり，それを読んだりする能力を伸ばす。―数量を，○，△などを用いて表わす―

５年生，簡単な式で表わされている関係について，２つの数量の対応や変わり方に着目させるなど，数量の関係の見方や調べ方について理解を深める。

数量の関係や法則などについて，それを一層簡潔に，かつ一般的に表わしたり，読み取ったりすることが漸次できるようにする。―ａ，ｘの文字を使用―

６年生，伴って変わる２つの数量について，それらの関係を考察する能力を一層伸ばす。―比例・反比例―

今回学習指導要領の改訂に伴ない「数量関係」領域は，１・２年生では，特別に設けられてはいないが，先に考察してきたように，他領域の内容において適時取り扱うように配慮するも

のとしている。これらについては，小学校指導書算数編によれば次のようである。

1年生の目標と関連した内容である「具体的な操作を通して，図形や空間についての理解の基礎となる経験を豊かにする」中に「関数概念の形成」の最も基本的萠芽えがあると考えられ，この学習場面は「子どもが実際に手を動かしながら，このように動かすことによって，このようになる」といったことの確認の場面になると考えられる。これは「因果律の体験的な確認」といわれるものであり，これが「関数概念」の基礎になるものといわれるものでもある。

関数概念は，「変えば変わる」2つの量の関係として説明することができるが，この表わし方は，既に客観化されたいい方であり，このように，この学年段階では，子どもの主体的な操作を前提とした「変えれば変わる」であることが要求されると考えられる。

そこで，子どもに主体的に操作をさせ，その過程を反省させながら，自ら行なう操作をとおして学習内容を客観的にみさせることは，関数概念の形成に大切であると考えられる。

このような観点から，1・2年生の内容を調べてみると，関数概念に関する内容は，次の内容をあげることができる。

1年生

・対応などの操作によって，ものの個数を比べる。（A，(1)，ア）

・1つの数をほかの数の和や差としてみるなど，ほかの数と関係づけてみる。（A，(1)，エ）

・具体的な事物についてまとめて数えたり，等分したりして，それを整理して表わすことができるようにする。（A，(3)）

2年生

・簡単な事柄を分類・整理し，それを数を用いて表わす。（A，(1)，イ）

・乗法に関して成り立つ性質（乗数が1ずつ増すときの積の増し方，交換法則など）を知り，それを用いる。（A，(3)，イ）

・数量の相等及び大小の関係を等号や不等号を用いて表わすなど，事柄や関係を式を用いて簡潔に表わしたり，式を読んだりすることができるようにする。（A，(4)）

以上のような低学年における諸内容は，将来，関数概念を育成していく上で大きく関連するものである。そのために，具体的な内容を取り扱う場合に，この点を十分考慮しながら教材の構成について考察する必要がある。

3年生，この学年で，初めて，「D，数量関係」の領域が設定され，そして，この学年の主要な内容は，次の2つに要約される。

・数量関係の式表現とその利用

・数量関係の表・グラフ表現とその利用

実際には，この2つの項目の指導は，この学年のみではなく，その他学年でもしばしば取り扱われる。極言すれば，小学校における関数教材は，この2つにつきるといってよい。

では，この3年生の教材に，このことがどのように具体化されているだろうか。

これらの指導にはいくつかの指導段階が考えられる。当然のことだが，関係は表現される前に意識されなければならないし，意識されるためには，具体的な問題場面が設定されなければならない。そして，学習指導上，最とも大きい役割を果たし得る場面は，この場面設定のための素材をどのように提出するかである。

２年生までの乗法九九の整理の中から豊かな関数教材が得られる。これは，これまでともかく九九の学習に専念してきたものから，その学習が一応完成した時点に立って，九九の学習を改めて反省してみることから始まる。

これは，これまで無意識に利用していた九九に内在する関数関係そのものを意識することであって，児童自らの操作の客観化から関数概念が生まれる典型的な例なのである。

次の例をみよう。

２×□＝○　は，２の段の九九を作り出す関数関係である。なお，これに近い関数関係として考えられるものには，次のようなものがある。□×２＝△，□×△＝24，さらに，２×□＋２＝２×△　などである。

この学年段階においては，まだこのような積極的な表現はしないが，やがてはこのような関係に統合されさまざまな取り扱いが出てくる。—３年生に取り扱われる乗数の変化とそれに伴う積の変化の規則性など。—

次に，最も一般的な関数関係は，表とグラフによる表わし方によって取り扱われる。この学年での表や棒グラフは，一般に次の表・３のような質的な項目によるものが多いと考えられる。

表・３

ポ　ッ　ト	水　と　う	や　か　ん	せんめんき
12 dl	8 dl	15 dl	18 dl

しかし，各項目を時間的な順序に並べるとつごうのよいものもあり，これが関数関係につながってくるのである。

次の欠席人数を示す表・４などが，それにあたる。

表・４

曜　　日	月	火	水	木	金	土
けっせき人数	18	24	35	36	32	27

４年生，この学年では，先に考察した３年生の２つの項目が発展的に継承されることになるが，代表的な内容は，

(1)　□と○の使用

(2)　折れ線グラフ

教材例としては，「数の組とかわり方」[4]—つみ木の数の比較—があり，いずれも４年生で取

り扱う。

しかし，□－○＝３　といった式は表示せずにおくのは学習過程の最後に得られる結果の表現を最初から出すことはかえって関数関係の意識を阻害すると考えられるためである。

関数関係は無目的に意識されるものではなく，それは何かの形で活用されるからこそ意識されるものであり，また，意識されることによって，よりよく目的が達成されるものと考えられる。

「つみ木の数の比較」の教材においては，この関係は，「青いつみ木と赤いつみ木との対応表を作る」という操作の中において意識されるものであり，次の表を作成する操作の過程で作られる。

表・５

青いつみき □こ	8	9	10	11	12	13
赤いつみき ○こ						

いちど，□－○＝３という関係が意識されれば，逆に，この関係は表の作成に利用されることになり，□がどんな数であっても，実際に操作しないで，○をいいあてることができるようになるのである。

このような指導場面は，子どもにとっては１つの驚きであり，この驚きが実際場面に生きてくるように指導することが教師の指導技術にかかわる問題である。

この指導過程を，図式すれば，次のようになる。

問題→操作→関係的意識→関係の式表現→式の利用→問題解決

次に，グラフの指導上注意すべき事項をあげると概要は次のようである。

この学年で取り扱うのは，「折れ線グラフ」である。何よりも大切な点は，折れ線グラフは，関数関係の表現として式を対等なものであり，式の代わりにグラフを書くことによって，それはそのまま指導過程になるということである。

しかし，グラフは，長短を合わせもつものである。長所としては，式では表現し得ない複雑な関係を表現し，しかも直観的にわかりやすく表現し得るということである。また，短所としては，その表現は式ほど正確でないということである。

次の例が，このことをよく物語っている。

「とし子さんの体重」[5)]グラフ。

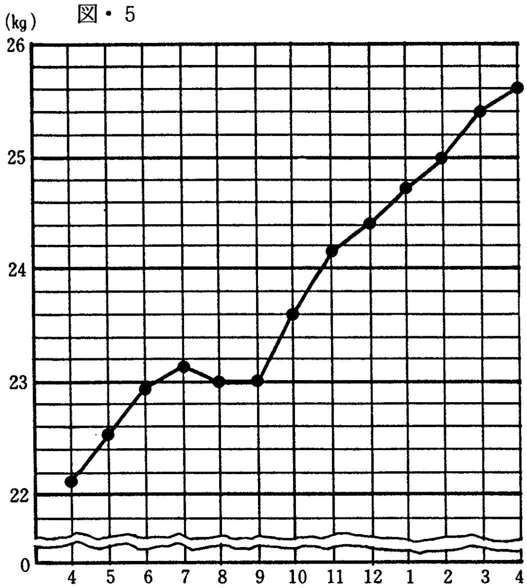
このグラフによって，とし子さんの体重の時間的変化を一目でとらえることができる。

これはとても簡単な式での表現は不可能である。

ところが，何月何日には，何㎏であったかは，近似的に推定するよりほかはない。それがたとえ点で表示されていても，点の位置から数値を読みとるには誤差を伴うことになる。

以上の考察によって，関数関係が最も明確な形において出てくるのは，この学年であり，こ

図・5



（8歳の4月から，9歳の4月まで，毎月中ごろにはかる）

「折れ線グラフ」の見分け（3／7）

目標・折れ線グラフの基礎的事項，及びグラフの見方を理解する。

1. このグラフは，何を調べたものですか。
2. いつからいつまでを調べたものですか。
3. 横じく，たてじくは何を表わしていますか。
4. 毎月の体重をよんでいきましょう。

次時（4／7）

目標・折れ線グラフから変化のようすをよみとる。

こで関数関係の思考的利用の方法が一通り出そろうと考えてもよい。

5年生，この学年は，4年生の内容の継承以外には本質的には新しいものはないと考えられるが，ただ，次の2つの点を指摘することができる。

(1) 数領域が，小数・分数にまで拡大されるため，関数関係の応用領域も必然的に拡大される。

(2) □や○の代わりに，a，xなどの文字が使用される。

6年生，この学年のこの領域における最も主要なテーマは「比と比例」である。

比は，2量間の関係を断片的にとらえたものであり，比例は，それを連続的にとらえたものである。

6年生の数量関係の教材として「比例」が大きく取りあげられることに関してしばしば疑問や誤解が生まれてくる。

指導者として心がけなければならない点について考えてみると，次のような点が指摘できる。

まず，この学年に至るまでに，グラフなどかなり広い範囲において関数関係が取り扱われてきているにもかかわらず，なにゆえ，この学年で，最も単純な比例関係だけに着目するかの疑問である。

比例は，小学校の数量関係領域の最終目標である。しかし，一方で比例の指導さえ行えば，関数概念が育成される誤解もあるため，この点は厳に戒めねばならない。

しかし，思考的には，このことは重要な意味をもつものであると考えられる。

この簡単な比例関係を正しく理解することによって，これを1つのモデルとしながら，複雑な事象の理解に対応し得ることができるということに注視せねばならない。

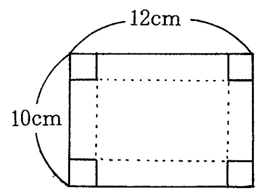
自然現象にしろ，社会現象にしろ，それらは本来複雑なものであり，その理解の第一歩として，われわれは，まず，比例を窓口としてそれをとらえてみると，しばしばよく理解されることができるのである。

次に，比例をあまり重視するために，他の関数関係の指導を無視してしまうことも誤である。たしかに，比例が当てはめられる現象はむしろ少ないともいえる。この点グラフの利を重視すべきである。先にも考察してきたごとく，グラフは数式よりもずっと広い範囲の関係を表現できるからである。

次のような問題場面は，数式表現で表わせば，6年生の比例よりも高度な関数関係でる。

たて10cm，横12cmの長方形の4すみから，図のように正方形を切りとって，はこをつくります。正方形の1辺を次の表のようにすると，はこの体積は，それぞれ何cm³ですか。

正方形の1辺(cm)	1	2	3	4
はこの体積(cm³)				



ここでは，表を作成するだけであるが，この程度のグラフを書くことであれば，小学校高学年にも容易であり，これによって「一番大きい箱の作り方の見当をつける」ことでさえ容易であろう。

このようにして，関数指導を比例だけに限定せずに，グラフを用いてもっと広い関数関係の検討や利用に子どもを立たせるように指導することは，今世紀初めにおける数学教育改良運動の精神に立脚した算数科教育の改善に寄与するものと考えられる。

終わりに，関数関係の取り扱いに関連して，式の決定には，次のような手順があることに注意したい。

(1) 比例関係であることの確認

(2) 比例定数の決定

前者(1)の場合は，グラフを書き，いくつかの点をプロットしたとき，その原点を通る直線上に並ぶこと，$\frac{y}{x}$やxyがほぼ一定になることなどの確認である。

後者(2)の場合は，正比例，反比例の場合を考えることであり，正比例のときは，原点を通る直線を適当に当てはめ，その傾き（$x=1$に対するyの値）を決定するか，（x，y）について，$\frac{y}{x}$をつくり，その平均をとることである。

また，反比例のときは，直角双曲線を目の子で当てはめることはむずかしいと考えられるため，xyを計算してその平均をとるようにする。

実際場面としては，理科の学習と関連させ，バネやろうそくを用いた実験を行い，上記の手続きにはいると，子どもたちの興味も深く理解が容易になると考えられる。

要は，学校や子どもの実情に即して，実験を伴う指導が望まれる。

3. 他の諸領域との関連

小学校における関数の指導について，他の諸領域との関連についてみると，次のようである。

(1)「量と測定」との関連内容

割合の概念は，5年生の「量と測定」の題材として取りあげられているが，これは「数量関係」と密接に関連しているものと考えられる。

量xに対するyの割合をpとすれば

$$p = \frac{y}{x}$$

であるが，このように式に表現することによって，割合は，実は関数関係のある側面であると考えることができる。

すなわち，上の式で表わされた割合pが一定のとき，xとyの関係に注目すれば，これは，正比例関係

$$y = px$$

であり，yが一定のとき，pとxとの関係に注目すれば，上の式は，そのまま反比例の式になる。

(2)「数と計算」との関連

(1)でみてきた「割合」の式は，「数と計算」領域に属する「等式」の特殊な場合である。

このように考えると，この等式は，関数関係の特殊な側面と考えることができるのである。

たとえば，$x + y = z$

という加法関係は，x，y，zの内，どれか1つを固定することによって，他の2つの間の関数関係が成り立つ。このようにして数計算は，関数としてのある側面を取り扱うものと考えられる。

このような内容を，より一般化した内容は，5年生で取り扱う，台形の求積公がそれである。

台形の面積＝（上底＋下底）× 高さ ÷ 2

この公式で表われる4つの変数，台形の面積，上底，下底，高さの内，2つを固定することによって，他の2つの変数の間の関数関係が得られることになる。

このように，等式を自由に関数関係としてとらえることは，本格的には，中学校以上の文字式が扱れるようになるからであるが，ここで考察した内容については，小学校の内容となり得るということができよう。

このような立場からみれば，加減法と乗除法を表わす，次の関係と考えることができる。

x + y = z　x × y = z

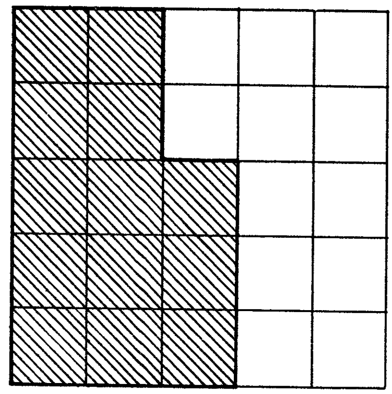
⑶「図形」との関連

関数関係といっても，数量間の関係だけに限定することはできない。

たとえば，1年生の教材の中に，次のような「じんとりあそび」がある。

この図・6は，2人の子どものとった「じんち」を表わしたものである。

図.6

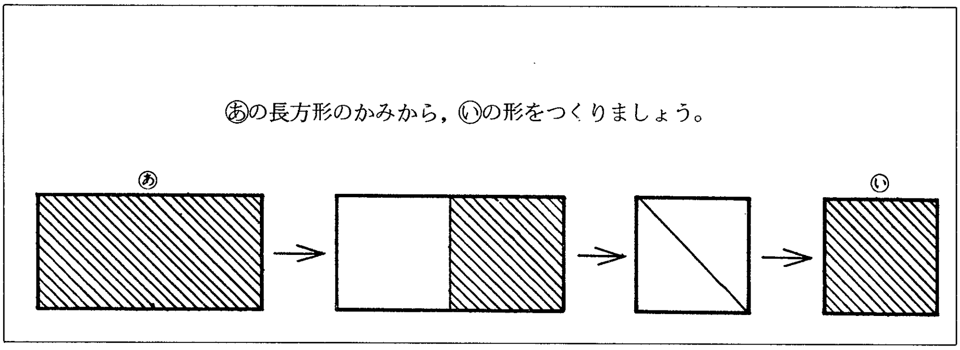


1人のとった「じんち」は，他の1人のとった「じんち」の関数であるということができる。すなわち，全体の面積が決まっているので，Aが決まれば，Bは，ただ1通りに決まるため，Bは，Aの関数であり，逆に，Aは，Bの関数であるということができる。

このような観点で設立される題材（図形）は，とかく名前を覚えることにとどまりやすい図形指導において，ある意味での豊かさを作り出している点から考えれば，教師自身が，このような観点から考える関数関係を意識することは，重要なことであるといえる。

これを，図形に関する数的関係のモデルによってみると，次のようである。

⑴　2年生



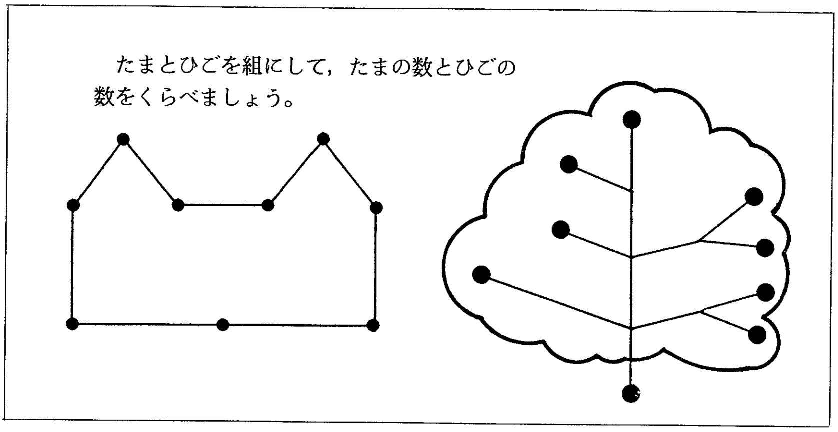
いは，あの関数である。つまり長方形が与えられれば，だれが作ったとしても，上のような作り方では，一通りの正方形しか作れない。

⑵　3年生

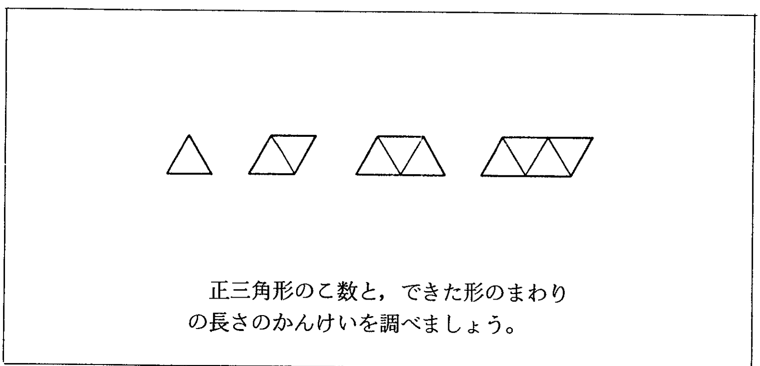
次の図・7は，位相幾何，あるいはグラフ理論に関係したものであるが，たまの数xとひごの数yとは，①のように単純に閉じた図形においては，y = x。②のように，まったく閉じたところのない図形においては，y = x − 1となる。

このような一般性は，子どもたちが自分の好きな図を作る過程をとおして調べさせると，子どもたちにも容易に理解できよう。

図.7



(3)　4年生



(2), (3)は，図形に関する数的関係であり，(1)は，純粋な図形的関係である。そして，図形指導で重要なのは，むしろ(1)のような純粋に図的な決定関係である。たとえば，正方形の形は，1辺で，長方形は，2辺で，平行四辺形は，2辺とその間の角で決まるなどの決定関係に対する意識は，関数関係のもつ意識と本質的に同じものであると考えられる。

4.　関数指導上注意すべき事項

次の事例を用いて考察する。

(1)　表の観察と規則性

数の組を作る段階では，「対応する数量」が意識されやすいが，これを表にまとめると「対応のきまり」や「変化のしかた」がみやすくなる。

次の例によって，これを確認しておく。

この問題は，「伴って変わる2量の関係をとらえる」との目標を達成させるためのものである。

1辺が1cmの正三角形を横につないで，図のような形を作ります。

正三角形のこ数と，できた形のまわりの長さのかんけいを調べましょう。

1. 次のような表を作って，かわり方を調べましょう。

正三角形のこ数( )	1	2			5
まわりの長さ(cm)					

2. 正三角形のこ数を□で表わして，このときのまわりの長さを○で表わすとき，□と○のかんけいを式に表わしましょう。
3. 正三角形を10こつないだときの，まわりの長さはいくらになるでしょうか。
4. まわりの長さが30cmになるのは，正三角形を何こつないだときでしょうか。

2. □や○の使い方

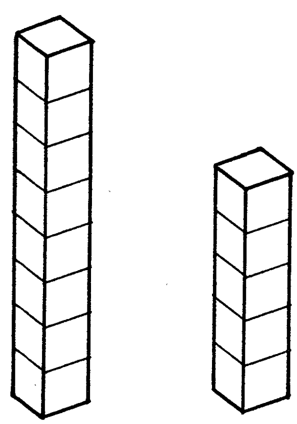
対応する2つの数量を，それぞれ□や○を使って代表させることに意味がある。

しかし，□や○が抽象的なものであるだけに，子どもにとって抵抗があると思われ，できるだけ帰納的な取り扱いをして，十分理解させるようにすることが大切である。

3. 数の組とかわり方

目標　2つの数量を数の組にして表にまとめ，きまりをみつける。（差一定の場合）

青いつみきが8こ，赤いつみきが5こがつんであります。この上に，どちらにも1こずつつんでいくとき，つみきの数のちがいを調べましょう。



1. 5こずつつんだときまでの数の組を作りましょう。
   青9のとき，赤6…（9，6）
2. 青いつみきが□このとき，赤いつみきが○ことします。
   1でもとめた数の組を，次のような表にしましょう。

青いつみき□こ	8	9	10	11	12	13
赤いつみき○こ						

3. つみきを，もっと多くつみます。□が16のとき，○はいくらになるでしょうか。

4. □－○は，いつもいくらになっているでしょうか。

学習の留意点

この学習に至るまでに，数量の対応関係，変化の依存関係，□にあてはまる数を調べることなど，関数の基礎となる経験については，数と計算などの内容との関連して指導されてきている。

たとえば，１年生においては「数を合成したり，分解したり」する場合で，２つの数を関係づけてみたり。

……差が一定になる場面での２量の関係

……和が一定になる場面での２量の関係

また，２年生においては，「乗法九九を構成する過程」で，乗数や被乗数を積と関係づけてみるなどが，その例であり，このような経験をもとにして，この学習では，関数という見地から，加法，減法などを見直し，２つの数量を関係づけてみることや調べ方，あるいは見方などを指導するのである。

おわりに

「関数は，数学の中心的な分野であり，関数的な見方・考え方を導入することによって，数や式・図形領域の理解も深まり，さらに高次の数学の学習が可能になる」との仮説のもとに考察してきた。考察の基本的な観点として，学習指導要領改訂によって，「数量関係」領域のもつ性格がどのように変化し，算数科教育のどの分野を受けもつかを明らかにし，その基準的な内容が現行の小学校教科書にどのように系統的に配列されているかをみてきた。この考察の過程において，小学校の関数領域における基礎的・基本的な指導内容を明確にし，理想化された教材ではなく，身のまわりにある具体的な事象を教材として考えさせ，その具体的事象の中にみられる関数関係を調べる中で，それぞれの教材がもつ特徴をみぬく力を育成することの大切さを痛感する。

そこで，この研究内容を，指導計画としてねり，実証授業を通して修正を行ないより充実した内容としたいと考える。

注　記

1）滋賀県総合教育センター　研究紀要　～2ページ

2）　〃　〃　〃

3）井上俊夫他編著　算数のつまずき発見方　～71ページ

<文章題>　～86ページ

4）高橋陸男他著　小学算数　児童用　62ページ〜
5）　〃　〃　〃　71ページ〜

参考文献

赤羽千鶴他著　新算数教育講座第１巻　数と計算　吉野書房　昭和37年
〃　〃　第２巻　量と測定　〃　〃
〃　〃　第３巻　数量関係　〃　〃
〃　〃　第４巻　図形　〃　〃
〃　〃　第５巻　総論　〃　〃
井上俊夫編著　算数つまずき発見法　初級編
　―階層評価グラフシステムによる診断と治療―　三晃書房　昭和57年
井上俊夫編著　算数つまずき発見法　文章題編
　―階層評価グラフシステムによる診断と治療―　三晃書房　昭和57年
井上俊夫著　小学校算数教育における統計教育　佛教大学人文学論集等15号　昭和56年
井上俊夫著　小学校における算数教育の精選と統合と教授過程についての一考察　佛教大学人文学論集第14号　昭和55年
依田新他編著　教育心理学　有信堂　昭和38年
小倉金之助著　数学史研究第１・２　岩波書房　昭和23年
梶田叡一著　新しい教育評価の考え方　第一法規出版　昭和56年
佐藤良一郎著　小学算術教育概論　培風館　昭和９年
正田建次郎著　数学へのみち　啓林館　昭和37年
〃　数学教育革新のために小学校編　啓林館　昭和42年
塩野直道著　算数・数学教育論　啓林館　昭和37年
〃　数学教育論　啓林館　昭和45年
滋賀県総合教育センター研究紀要　第23集　昭和56年
〃　〃　第24集　昭和57年
〃　〃　第25集　昭和58年
出石隆他著　理論と実践　算数科教育の研究　大阪書籍　昭和57年
能田伸彦編著　算数・数学科　授業の設計と実際　乗洋館出版　昭和54年
船越俊介編著　数学的認識と操作　理数教育研究所　昭和55年
馬場四郎著　授業の探究　乗洋館出版　昭和40年
文部省　学習指導要領　昭和43年
〃　〃　昭和44年
〃　小学校指導書算数編　昭和44年
〃　〃　昭和53年
ブルーム他著　教育評価法ハンドブック　第一法規出版　昭和40年
〃　個人特性と学校学習　第一法規出版　昭和55年

学会誌・教科書

日本数学教育学会　日本数学教育学会誌　算数教育　29―３　昭和56年
〃　〃　〃　30―６　昭和57年
〃　〃　〃　31―６　昭和57年
高橋陸男他著　小学算数児童用１年〜６年　大阪書籍　昭和57年

高橋陸男他著　小学算数教師用書１年〜６年　大阪書籍　昭和57年
〃　小学算数教師用書総論　大阪書籍　昭和57年
橋本純次他著　改訂算数指導書総説　啓林館　昭和57年